# FLUIDUMÁRAMOK EKVIVALENCIÁJA

***GUBÁN Ákos, PhD, KÁSA Richárd, PhD***
***Budapesti Gazdasági Főiskola, PSzK***
***guban.akos@pszfb.bgf.hu***

***kasa.richard@pszfb.bgf.hu***

***Kulcsszavak***: *fluidum, logisztizálás, áramlási folyamatok, szolgáltatás.*

***Abstract***:
*A cikkünkben a szolgáltatási folyamatok racionalizálásra, modellezésére valamint szimulációjára vonatkozó kutatásunk első fázisát mutatjuk be. A korábban már definiált logisztizálás metodikáját fogjuk alkalmazni. Ezáltal egységesen kezelhetővé válik a rendszerben történő mindenfajta áramlás, ezt fogjuk fluidum-áramlásnak nevezni. A rendszerben feltárt folyamatokon történő logisztizálás eredményeként új folyamatcsoportokat képezünk, melye csoportképzésnek az elvi alapjait fektetjük le a jelen cikkben. Nyilván a kutatás kezdeteként több lehetőséget vizsgálunk meg ebből két esetet mutatunk be, annak eldöntése melyik a hatékonyabb, jobb nem feladata a jelen tanulmánynak .*

## 1. Bevezetés

A LOST in Services kutatócsoport a szolgáltatási folyamatok logisztikai aspektusból történő vizsgálatát és javítását tűzte ki célul. Cikkünkben a korábban megkezdett kutatás egy újabb eredményét szeretnénk bemutatni. Eddigiekben a szolgáltatási folyamatokra a műszaki-matematikai modelleket kezdtük megalkotni, amelyben a fő szemlélet az volt, hogy nem a folyamatok elemei vizsgáltuk, hanem a meghatározott teljes rendszer folyamatainak egymással való kapcsolatára koncentráltunk, és a rendszerben áramló elemeket vizsgáltuk. Ennek kezelésére vezettük be a fluidum fogalmát, azaz egy a folyamatban áramló általánosított anyagot, információt, bizonylatot stb. fluidumnak fogjuk hívni, amelynek legfontosabb tulajdonsága, hogy dinamikus és áramlik.

A másik – korábban általunk definiált fogalom a logisztizálás, mely alatt bármely rendszer folyamatainak és a folyamatokhoz kapcsolódó fluidumok időbeli, térbeli, minőségi és mennyiségi változásait elemzi, valamint együttes hatékonyság, érzékenység és optimalitás szempontjából történő modellezését jelenti.

## 2. Áramlási folyamatok

A logisztizálást - a fenti meghatározásnak megfelelően - modellezési és elemzési eszközként fogjuk a szolgáltatási és más a gazdaságban előforduló folyamatok vizsgálatához felhasználni. Röviden összefoglaljuk a felhasznált modellezési elemeket, a vizsgálatokat a $[t_s; t_f]$ időintervallumban végezzük.
Legyen $n \in N^+$ a rendszerben feltárt folyamatok száma, valamint $P_i$ $(0 < i \leq n)$ a rendszerben egy folyamat, jelölje:

[1] A kutatás az EMMI-26130-2/2013/TUDPOL támogatásból valósul meg.

$D$: a rendszerben áramló a fluidumok véges halmaza; amennyiben a fluidum egy időpontban a $P_i$ folyamathoz tartozik, akkor $d \in D$ esetén $d \uparrow P_i$ jelöléssel élünk.

$\tau$: a rendszerben előforduló fluidumok típushalmaza.

$R[r_{ij}]$: fluidumkapcsolat-mátrix ( a $P_i$ folyamat valamilyen módon fluidumot szolgáltat a $P_j$ folyamat $(0 < i, j \leq n)$ számára $r_{ij} \coloneqq \{((d;T)|d \in D; T \in \tau)\}$ )

$c_{ij}$: a $P_i$ $(0 < i \leq n)$ folyamat $j$-edik kapcsolódási pontja (egy kitüntetett pont).

$\hat{C}(c_{ij}) = \{(d;T;t)|d \in D; T \in \tau; t \in [t_s; t_f]\}$: egy folyamat $j$-edik kapcsolódási pontjának fluidumjellemző halmaza.

$(T_i;T_j)_d$: $d$ fluidum transzformációja, transzformáció történhet magán a folyamaton, de történhet csomópontban is. $T_d$ a $d$ fluidum lehetséges típushalmazát jelenti. $(0 < i; j \leq |T_d|)$. (A továbbiakban a transzformációkat egyszerűség kedvéért $\hat{T}$ jelöljük, valamint $\hat{\emptyset}$ az üres transzformációt jelenti, azaz, ha nem történ típusváltás.)

## 2.1 Áramlási modell

Fluidum áramlása áramlási szempontból két csoportra osztható, csomóponti áramlás, folytonos áramlás. A csomópontos áramlás esetén a fluidum transzformáció csak a csomóponton érzékelhető és fejti ki hatását, folytonos esetben a transzformáció hatása a folyamat bármely pontján hatást fejthet ki. A vizsgálataink szempontjából – mivel szolgáltatási folyamatok szimulációját szeretnénk elvégezni, ezért számunkra a csomópontos áramlás lesz a fontos, és ezt tekintjük át.

Legyen $d \in D$ egy fluidum, valamint legyen $P_0$ a fluidum vizsgálatának kezdeti időpontjában $(t_0)$ az a folyamat, amelyben, vagy amelynek bemenetén megjelenik a fluidum, és legyen a fluidum kezdeti típusa $T_0$. Így $(d, T_0, t_0) \in P_0 \cup I(P_0)$.

A fluidum áramlása a $[t_s; t_f]$ időintervallumban a következő módon írható le:

$$F(d)_{[t_s;t_f]} = \langle \hat{T}_0; (c_{i_0j_0}; t_{s0}; t_{o0}); \hat{T}_1; (c_{i_1j_1}; t_{s1}; t_{o1}); \dots; \hat{T}_m; (c_{i_mj_m}; t_{sm}; t_{om}); \hat{T}_{m+1} \rangle \quad (1)$$

sorozat, ahol $\hat{T}_l \in \{(T_i;T_j)_d\} \cup \{\hat{\emptyset}\}: l = 1; \dots; m+1$ és $(c_{i_lj_l}; t_{sl}; t_{ol}): l = 1; \dots; m+1$; $c_{i_lj_l}$ kapcsolódási pont; $t_{sl} \leq t_{ol} \in [t_s; t_f]]$ valamint $t_{ol} \leq t_{sl+1}$. A $t_{sl}$ a csomóponthoz érkezés időpontja, $t_{ol}$a csomópont elhagyás időpontja. A teljes fluidum áramlás időtartama a $[t_s; t_f]]$ időintervallumban $[t_{s0}; t_{om}]$.

Megjegyzés: A $\check{C}(F) = \langle c_{i_0j_0}; c_{i_1j_1}; \dots; c_{i_mj_m} \rangle$ sorozatban, egy csomópont akár többször is szerepelhet, egyetlen egy megkötés van, a csomópontok sorozata véges. a továbbiakban $|\check{C}(F)|$ a sorozatban szereplő csomópontok számát jelenti; a sorozat hossza.

Homogén a fluidum-áramlás, ha $F(d)_{[t_s;t_f]}$ fluidum áramlás és $\hat{T}_l = \hat{\emptyset}: l = 1; \dots; m+1$.

A fenti modell akkor jó, ha a fluidumokat egységnyi „mennyiségűnek" tekintjük és az áramló fluidum minden esetben ennek természetes számú többszöröse. Könnyen belátható a modell nem használható az információáramlás vizsgálatához, mivel az információ mennyisége tetszőleges pozitív valós számú többszöröse lehet. Emiatt bevezetjük a fluidum súlyfüggvényt. Mivel ez az érték a folyamaton haladva változhat ezért ezt is beépíthetjük a transzformációba. Legyen $(T_i;T_j)_d$ típus-transzformáció. Valamint legyen $w(T): T \in \tau$

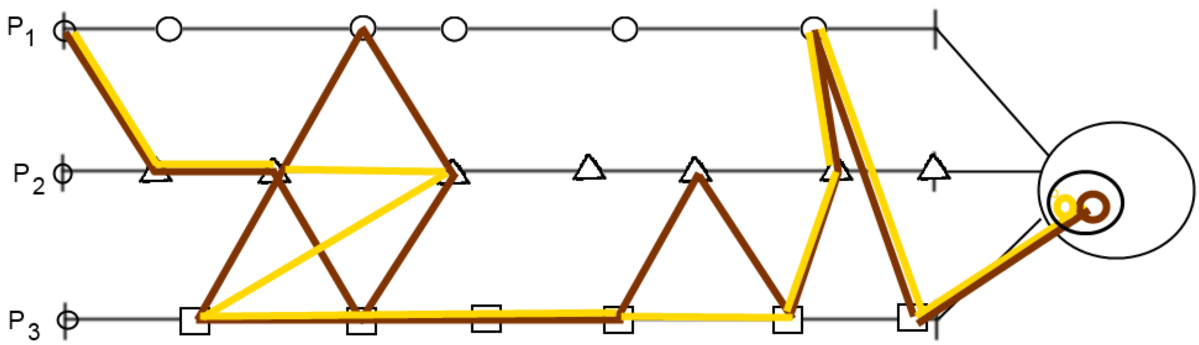
súlyfüggvény, mely fluidum-típushoz rendelt és még a nem negativitás sem megkötés. mivel a negatív fluidumsúly jelenthet egy ellentétes áramlást is. Ekkor egy transzformáció: $\hat{T}_{ij} = \left((T_i; w_i); (T_j; w_j)\right)_d$, ahol a súlyok a fluidum aktuális típusához tartózó értékek. Ez a megoldás anyag esetén mennyiségi és minőségi változást is megenged egy fluidumon. Mivel a típus halmaz, tartalmazhat diszkrét és folytonos típusokat – a definíció nem tartalmaz megkötéseket) így egy azon módon kezelhető egy diszkrét anyagáramlás, egy információ áramlás figyelembe véve, hogy az információ mennyiségének mértéke is változhat, hasonlóan, mint az anyag esetében egy megmunkálás során. Hasonlóan Kezelhető lesz egy szolgáltatás hatásának vizsgálata, ahol érzékenységvizsgálat maga is egy fluidum-áramlási folyamat lesz. A kibővített csomópontos fluidum-áramlás (1) a $[t_s; t_f]$ időintervallumban a következő módon módosul:

$$F(d)_{[t_s;t_f]} = \langle \hat{T}_0; (c_{i_0 j_0}; t_{s0}; t_{o0}); \hat{T}_1; (c_{i_1 j_1}; t_{s1}; t_{o1}); \dots; \hat{T}_m; (c_{i_m j_m}; t_{sm}; t_{om}); \hat{T}_{m+1} \rangle \qquad (2)$$

sorozat, ahol $\hat{T}_l \in \left\{\left((T_i; w_i); (T_j; w_j)\right)_d\right\} \cup \{\hat{\emptyset}\}: l = 1; \dots; m+1$ és $((c_{i_l j_l}; t_l): l = 1; \dots; m+1; c_{i_l j_l}$ kapcsolódási pont; $t_l \in [t_s; t_f]$ A fenti fluidum áramlás a rendszerben feltárt folyamatokhoz újabb a fluidumhoz köthető áramlási folyamatok tárhatók fel. ezek sokkal informatívabb folyamatok lesznek, mint a kezdeti folyamataink.

## 2.2 Áramlások ekvivalenciája

A valódi szolgáltatások folyamatok feltárása a korábbi rendszer elemzéséből indul ki. Minden rendszer alapmodelljében előre meghatározott és részben vagy teljesen leírt alapfolyamatok ismertek esetleg definiáltak. A rendszer vizsgálatához és modellezéséhez ezt használjuk fel kiindulási alapnak. Ahhoz hogy a valós folyamatokat feltárjuk, a fluidumok áramlását kell meghatároznunk. Erre mutat példát az 1. ábra.




*1. ábra Fluidum áramok*

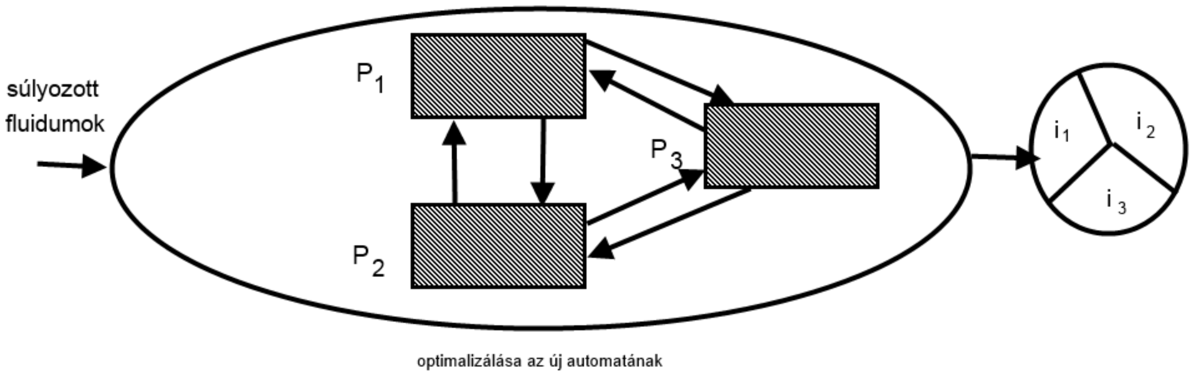
Ez a lépés nagyon precíz elemzést igényel. A feltárás során nem vizsgáljuk a fluidum jelentőségét, mivel minden áramló fluidum meghatározó szerepű lehet egy rosszul működő szolgáltatási rendszerben.

Egy nagyon fontos és nehéz feladat annak meghatározása mely folyamatok tekinthetők ekvivalensnek. A bonyolultságot az is fokozza, hogy az áramlások eltérő fluidumokat áramoltatnak és esetleg kismértékben eltérő csomóponthalmazon. természetesen eltérés lehet a csomópontok közötti láncokban is, a kérdés az, vajon mely áramlások azok, amelyek még közel azonosnak tekinthetők.

### *2.2.1 Áramlási ekvivalencia Véges automatával*

Ebben a cikkben csupán a gondolatmenet vázát mutatjuk, a későbbi kutatások feladata a pontos matematikai modell megalkotása.

1. lépés: Minden feltárt folyamatot meghatározunk a csomópontjaival és a csomóponthoz köthető fluidum halmazzal.
2. lépés: Meghatározzuk a szolgáltatást igénybe vevők igényhalmazát. (ennek a halmaznak a meghatározása a kutatási projektünk egy másik alcsoportjának a feladata, a igénybevevők halmazának szegmentálásával együtt.)
3. lépés: A rendszerbe inputként belépő fluidumokon keresztül meghatározzuk a fluidum áramlásokat. Úgy, hogy a vizsgáljuk az igényhalmaz mely elemére mutatnak outputként.
4. lépés: Minden feltárt folyamathoz készítünk egy véges automatát, amelynek állapotváltozásait a csomópontokban definiált transzformációk fognak szimbolizálni.
5. lépés: A fluidumok áramlását a definíciós gráfon végigvezetve megkapjuk a feltárt folyamatokat reprezentáló automaták közötti kapcsolatokat (átmeneteket).
6. lépés: Az így kapott automata rendszerből generálunk annyi új véges automatát, amelyben az állapotok száma optimális és számuk nem haladja meg az előre definiált folyamatszámot.




*2. ábra automata modell három vizsgált folyamatra*

### *2.2.2 Áramlási ekvivalencia áramlás vizsgálattal*

A megoldásban egyfajta csoportosítást alkalmazunk. Meg kell határozni mikor tekinthető két áramlás ekvivalensnek. Az nyilvánvaló, hogy egy áramlás részárama ekvivalens lesz az áramlással. A probléma nehézségére az 1. ábra is példát mutat, mivel az ábrán szereplő két áram milyen esetben tekinthető ekvivalensnek. A csoportok kialakítása során – azaz az új leendő folyamatok kialakítása során ügyelni kell a következőkre (a továbbiakban a csoport és az új folyamat fogalmakat egymás szinonimájaként fogjuk használni. Folyamatnak nevezzük, ha mint kialakított általánosított áramlás szempontból vizsgáljuk, csoportnak, ha mint besorolási halmazként tekintünk rá.) :

- az új folyamatok száma nagy mértékben nem térhet el az eredeti folyamatszámtól (nem hierarchikus klaszterezés esetleg használható lenne);

- a csoporton belüli fluidumáramlások, nem feltétlen azonos időben történnek;
- az azonos időben azonos csomópontokat használó áramlások összevonhatók egy superfluidum-áramlássá.
- a kialakított csoportokban lévő fluidumáramlások csoport súlya érjen el minimumot. Azaz ne legyenek az új rendszerben olyan folyamatok, melyek csak egy mellékfolyamatot valósítanak meg. Az ilyen folyamatok áramlásait egy másik megfelelő súlyú csoporthoz kell rendelni.

A csoport kialakításhoz első lépésben a fluidumáramok ekvivalenciáját teremtjük meg.

tekintsük a rendszer két fluidumáramlást ugyanarra az időintervallumra vonatkozóan $F_1(d) = F_1(d)_{[t_s;t_f]} = \langle \hat{T}_0^1; (c_{i_0 j_0}; t_{s0}; t_{o0}); \hat{T}_1^1; (c_{i_1 j_1}; t_{s1}; t_{o1}); \dots; \hat{T}_{m_1}^1; \left(c_{i_{m_1} j_{m_1}}; t_{sm_1}; t_{om_1}\right); \hat{T}_{m_1+1} \rangle$ valamint $F_2(d) = F_2(d)_{[t_s;t_f]} = \langle \hat{T}_0^2; (c_{l_0 k_0}; t_{r0}; t_{p0}); \hat{T}_1^2; (c_{l_1 k_1}; t_{r1}; t_{p1}); \dots; \hat{T}_{m_1}^2; \left(c_{l_{m_2} k_{m_2}}; t_{rm_2}; t_{pm_2}\right); \hat{T}_{m_2+1} \rangle$ két fluidum áram.

Első lépésben meghatározzuk a sorozatok ekvivalenciáját. Erre több különböző módon felhasználható definíciót adunk.

Legyen $\check{C}(F_1) = \langle c_{i_0 j_0}; c_{i_1 j_1}; \dots; c_{i_{m_1} j_{m_1}} \rangle$ illetve $\check{C}(F_2) = \langle \mathrm{c}_{l_0 j k_0}; \mathrm{c}_{l_1 k_1}; \dots; \mathrm{c}_{l_{m_2} k_{m_2}} \rangle$ sorozat.

Legyen $\langle \mathrm{c}_{\mathrm{i}_0 \mathrm{j}_0}; \mathrm{c}_{\mathrm{i}_1 \mathrm{j}_1}; \dots; \mathrm{c}_{\mathrm{i}_{m_1} \mathrm{j}_{m_1}} \rangle$ csomópont sorozat, továbbá minden csomópontja benne van $\check{C}(F_2)$-ben, valamint $\tilde{C}(F_1) = \langle c_{i_0 j_0}; c_{11}; \dots c_{1k_1}; c_{i_1 j_1}; c_{21;\dots} c_{1k_2}; \dots; c_{i_{m_1} j_{m_1}} \rangle$ egy olyan kibővített sorozata $\check{C}(F_1)$-nek, ahol a $c_{11}; \dots c_{1k_1}; c_{21}; \dots c_{2k_2}; \dots; c_{m_1 1}; \dots c_{m_1 k_{m_1}}$ csomópontok, és $k_1; k_2; \dots; k_{m_1} \in \mathcal{N}$. Amennyiben $\tilde{C}(F_1)$ sorozat teljes egészében benne van a $\check{C}(F_2)$-ben akkor $\check{C}(F_1)$ **kibővített részesorozata** $\check{C}(F_2)$-nek $\left((\widetilde{F_1})_{F_2}\right)$.

Két sorozatot $\boldsymbol{\delta}$ **gyenge hasonlónak** nevezzük akkor és csak akkor, ha a maximális kibővített részsorozataik hosszának aránya legalább $\delta$ legyen azaz $F$ részsorozata $F_1$-nek és $F_2$-nek egyaránt, $max\left(\frac{|\tilde{C}(F)_{F_2}|}{|\check{C}(F_2)|}; \frac{|\tilde{C}(F)_{F_1}|}{|\check{C}(F_1)|} \middle| \text{minden kölcsönös kibővített részsorozatra}\right) \geq \delta$ ahol a $\delta \in ]0; 1]$. (jelölésben: $F_1 \sim_\delta F_2$.)

Legyen $C_1 \subseteq \check{C}(F_1)$ és $C_1 \subseteq \check{C}(F_2)$ részsorozatai a sorozatainknak, ekkor két sorozat $\boldsymbol{\delta}$ **erős hasonlónak nevezzük**, akkor és csak akkor, ha $max\left(\frac{|C_1|}{|\check{C}(F_2)|}; \frac{|C_1|}{|\check{C}(F_1)|} \middle| \text{minden részsorozatra}\right) \geq \delta$. Ebben az esetben valamely sorozat részsorozatainak tartalmazását tételezzük fel. (jelölésben: $\mathrm{F}_1 \approx_\delta \mathrm{F}_2$.)

A csoportosításban egy csoportba azokat az áramlásokat fogjuk sorolni, amelyek egy előre adott $\delta > 0$ értékhez $\delta$ ekvivalensnek (valamelyik értelemben). Sajnos nem ilyen egyszerű a megoldás, mivel a hasonlóság nem ekvivalencia reláció, tehát nem eredményez osztályozást. Például legyen $\check{C}(F_1) = \langle 1; 2; 3; 4; 5; 6 \rangle$; $\check{\mathrm{C}}(\mathrm{F}_2) = \langle 1; 2; 3; 4 \rangle$; $\check{C}(F_3) = \langle 3; 4; 5; 6 \rangle$. $F_1 \approx_{\frac{2}{3}} F_2$; $F_1 \approx_{\frac{2}{3}} F_3$; de $F_1 \approx_{\frac{1}{2}} F_3$. A reflexivitás $F_1 \approx_1 F_1 \Rightarrow F_1 \approx_\delta F_1 : \delta \in ]0; 1]$, és a szimmetria a definícióból közvetlenül teljesül tehát nem tranzitív. A fenti példa azt is mutatja, hogy nem is kell elvárnunk, hiszen tulajdonképpen az $\mathrm{F}_1$ fluidum áramlás megvalósítja a másik kettőt, persze a fluidumokban, időszerkezetben vagy transzformációban eltérhetnek.